Lomené výrazy

Základní škola Praha 10, Nad Vodovodem 460
Ing. Eliška Novotná

Opakování znalostí z 8. ročníku - mocniny

Pro každé přirozené číslo *n* je *n-tá* mocnina čísla *a* součin, ve kterém je *n* činitelů:

$$a^n = a \,.\, a \,.\, a \,\ldots\, a$$

celkem *n krát*

Mocnina záporného čísla:

se sudým mocnitelem je kladné číslo

např.: $(-3)^2 = 9$

s lichým mocnitelem je záporné číslo

$(-3)^3 = -27$

Opakování znalostí z 8. ročníku - mocniny

Pravidla pro počítání s mocninami:

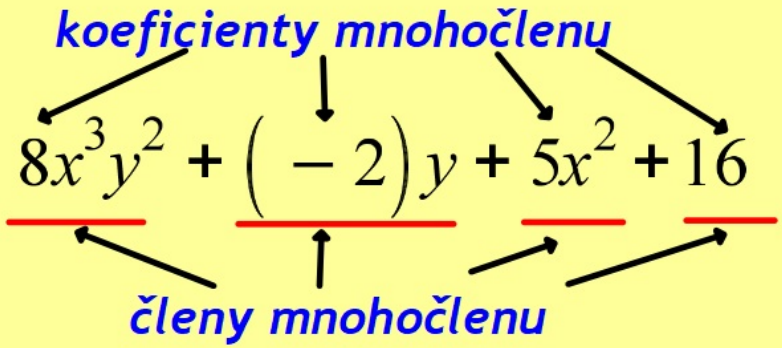
$a^m . a^n = a^{m+n}$	***a*** **libovolné číslo, *m*,*n* přirozená čísla**
$a^m : a^n = a^{m-n}$	***a*** **≠ 0, *m*,*n* přirozená čísla, *m* > *n***
$(a . b)^n = a^n . b^n$	***a*, *b* libovolná čísla, *n* přirozené číslo**
$(a : b)^n = a^n : b^n$	***a*** **libovolné čísla, *b*≠ 0, *n* přirozené číslo**
$(a^m)^n = a^{m.n}$	***a*** **libovolné číslo, *m*, *n* přirozená čísla**

Opakování znalostí z 8. ročníku - mnohočleny

Mnohočlen

- je jednočlen nebo výraz, který se dá zapsat jako součet jednočlenů

  např.:



- závorky u záporných koeficientů vynecháváme

  např.: $(-8)x + (-6)yz = -8x - 6yz$

Opakování znalostí z 8. ročníku - mnohočleny

Pravidla pro úpravy mnohočlenů:

- sčítáme a odčítáme jen ty členy mnohočlenů, ve kterých jsou stejné proměnné ve stejným mocninách
- násobíme - každý člen prvního mnohočlenu vynásobíme každým členem druhého mnohočlenu
- rozklad na součin - vytýkáním před závorku
- využití vzorců:

$$(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$$

$$(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$$

$$(A + B).(A - B) = A^2 - B^2$$

Opakování znalostí z 8. ročníku - rovnice

Ekvivalentní úpravy rovnice:

- přičteme k oběma stranám rovnice stejné číslo
- odečteme od obou stran rovnice stejné číslo
- přičteme k oběma stranám rovnice stejný mnohočlen
- odečteme od obou stran rovnice stejný mnohočlen
- vynásobíme obě strany rovnice stejným číslem různým od nuly
- vydělíme obě strany rovnice stejným číslem různým od nuly
- zaměníme levou a pravou stranu rovnice

Rovnice mají před úpravou i po úpravě stejné kořeny!

Opakování znalostí z 8. ročníku - rovnice

Základní postup při řešení rovnice:

- když jsou v rovnici zlomky, odstraň je!
- když jsou v rovnici závorky, zbav se jich!
- když můžeš strany rovnice zjednodušit, zjednoduš je!
- členy s neznámou převeď na jednu stranu, členy bez neznámé na druhou stranu!
- vypočítej neznámou!
- proveď zkoušku!

Lomené výrazy

- lomený výraz je výraz ve tvaru zlomku, v jehož jmenovateli je proměnná
- v čitateli lomeného výrazu se proměnná vyskytovat může, avšak nemusí!

např.: $\frac{5}{x^3-45y}$ $\frac{7h}{v-m}$ $\frac{c-8}{c}$

- víme, že ve jmenovateli zlomku nesmí být nula - u lomených výrazů musíme vyloučit ty hodnoty proměnných, po jejichž dosazení je hodnota jmenovatele rovna nule - určujeme podmínky, za kterých má lomený výraz smysl!

Lomené výrazy - určení podmínek, za kterých má smysl

- součin $a \cdot b$ se rovná nule právě v těch případech, kdy se aspoň jeden z činitelů a, b rovná nule
- součin $a \cdot b$ je různý od nuly právě v těch případech, kdy jsou i činitelé a i b různí od nuly

např.:

$$\frac{4x}{y}$$

ve jmenovateli je y,
tedy $y \neq 0$

$$\frac{5-8a}{a+3}$$

ve jmenovateli je $a + 3$,
tedy $a + 3 \neq 0$, takže $a \neq -3$

Lomené výrazy - určení podmínek, za kterých má smysl

$$\frac{p+3}{p.(s+1)}$$

ve jmenovateli je součin,
tedy $p \neq 0$ a současně $s+1 \neq 0$,
tedy $s \neq -1$

$$\frac{5x+7y}{yx+2y}$$

ve jmenovateli je $yx + 2y$, což lze upravit jako součin $y.(x+2)$, pak tedy $y \neq 0$ a současně $x + 2 \neq 0$, tedy $x \neq -2$

$$\frac{5x-1}{(x+2).(x-3)}$$

ve jmenovateli je součin,
tedy $x + 2 \neq 0$ a současně $x - 3 \neq 0$,
tedy $x \neq -2$ a současně $x \neq 3$

$$\frac{7a^2-6}{a+3b}$$

ve jmenovateli je $a + 3b \neq 0$,
tedy $a \neq -3b$

Lomené výrazy - krácení a rozšiřování

- **krátit lomený výraz znamená dělit čitatele i jmenovatele týmž výrazem různým od nuly**
  pozn.: krátit můžeme jen v součinech, využíváme znalostí o krácení zlomků
  při krácení vždy uveď podmínky, za kterých mají daný i zkrácený výraz smysl

např: $\frac{24a^3bx^2}{4ab^2x^2} = \frac{6.4.a.a.a.b.x.x}{4.a.b.b.x.x} = \frac{6.a.a}{b} = \frac{6a^2}{b}$

podmínky: $a \neq 0$, $b \neq 0$, $x \neq 0$

Lomené výrazy - krácení a rozšiřování

např: $\frac{5y(x-7)z^2}{15.(y-1).(x-7)z} = \frac{5y.(x-7)z.z}{3.5.(y-1).(x-7).z} = \frac{yz}{3.(y-1)}$

podmínky: $y - 1 \neq 0$, $x - 7 \neq 0$, $z \neq 0$,

tedy $y \neq 1$, $x \neq 7$, $z \neq 0$

$$\frac{p^2+pq}{5p^2-5q^2} = \frac{p.(p+q)}{5.(p^2-q^2)} = \frac{p.(p+q)}{5.(p-q).(p+q)} = \frac{p}{5.(p-q)}$$

podmínky: $p - q \neq 0$, $p + q \neq 0$

tedy $p \neq q$, $p \neq -q$

Lomené výrazy - krácení a rozšiřování

- **rozšiřovat lomený výraz znamená vynásobit čitatele i jmenovatele týmž výrazem různým od nuly**
  pozn.: opět využíváme znalostí o rozšiřování zlomků
  při rozšiřování vždy uveď podmínky, za kterých mají daný i rozšířený výraz smysl

např: $\frac{3+m}{9-m^2} = \frac{3+m}{9-m^2} \cdot \frac{11}{11} = \frac{11.3+11.m}{11.9-11.m^2} = \frac{33+11m}{99-11m^2}$

podmínky: $9 - m^2 \neq 0$,

tedy: $m^2 \neq 9$

$m \neq 3$, $m \neq -3$

Lomené výrazy - krácení a rozšiřování

např: $\frac{6k}{k^2-16} = \frac{6k}{k^2-16} \cdot \frac{5k}{5k} = \frac{30k^2}{5k.\left(k^2-16\right)} = \frac{30k^2}{5k^3-80k}$

podmínky: $k^2 - 16 \neq 0$

tedy: $k \neq 4,\ k \neq -4$

a současně $5k \neq 0$

tedy: $k \neq 0$

$$\frac{7f+5}{4f} = \frac{7f+5}{4f} \cdot \frac{4-7f}{4-7f} = \frac{(7f+5).(4-7f)}{4f.(4-7f)} = \frac{28f-49f^2+20-35f}{16f-28f^2} = \frac{-49f^2-7f+20}{16f-28f^2}$$

podmínky: $4f \neq 0$

tedy: $f \neq 0$

a současně $4 - 7f \neq 0$

tedy: $f \neq 4/7$

Lomené výrazy - krácení a rozšiřování

rozšiřte lomený výraz číslem -1:

$$\frac{-2u+3}{5-u} = \frac{(-2u+3).(-1)}{(5-u).(-1)} = \frac{2u-3}{-5+u} = \frac{2u-3}{u-5}$$

podmínky: $u - 5 \neq 0$

tedy: $u \neq 5$

Lomené výrazy - sčítání a odčítání lomených výrazů

- **lomené výrazy sčítáme a odčítáme stejně jako zlomky:**

1. lomené výrazy se stejnými jmenovateli sečteme nebo odečteme tak, že jmenovatele opíšeme a čitatele sečteme nebo odečteme

a)

$$\frac{78p-6}{2p} + \frac{6-4p}{2p} = \frac{78p-6+6-4p}{2p} = \frac{74p}{2p} = 37$$

podmínky: $p \neq 0$

b)

$$\frac{3+n}{m+n} - \frac{2n-4}{m+n} = \frac{3+n-(2n-4)}{m+n} = \frac{3+n-2n+4}{m+n} = \frac{7-n}{m+n}$$

podmínky: $m \neq -n$

Lomené výrazy - sčítání a odčítání lomených výrazů

2. lomené výrazy s různými jmenovateli sečteme nebo odečteme tak, že je převedeme na výrazy se stejnými jmenovateli a takto upravené výrazy sečteme nebo odečteme

a)

$$\frac{1}{x} + \frac{3}{4x} = \frac{4}{4x} + \frac{3}{4x} = \frac{7}{4x}$$

podmínky: $x \neq 0$

b)

$$\frac{1}{x} + \frac{3}{1-y} = \frac{1.(1-y)}{x.(1-y)} + \frac{3.x}{(1-y).x} = \frac{1-y+3x}{x.(1-y)}$$

podmínky: $x \neq 0$

$y \neq 1$

Lomené výrazy - sčítání a odčítání lomených výrazů

c)

$$\frac{1}{x^2y} + \frac{5}{xy^2} = \frac{1.y}{x^2y.y} + \frac{5.x}{xy^2.x} = \frac{y+5x}{x^2y^2}$$

podmínky: $x \neq 0$

$y \neq 0$

d)

$$\frac{3}{m+n} - \frac{3}{m-n} = \frac{3.(m-n) - 3.(m+n)}{(m+n).(m-n)} = \frac{3m-3n-3m-3n}{m^2-n^2} = \frac{-6n}{m^2-n^2} = \frac{6n}{n^2-m^2}$$

podmínky: $m \neq n$

$m \neq -n$

Lomené výrazy - násobení lomených výrazů

- lomené výrazy násobíme obdobně jako zlomky - násobíme čitatel s čitatelem a jmenovatel se jmenovatelem
- před násobením lomené výrazy krátíme, podmínky píšeme před krácením!

  např.:

$$\frac{3x}{z^2} \cdot \frac{x.(z-1)}{y-2} = \frac{3x.x.(z-1)}{z^2.(y-2)} = \frac{3x^2.(z-1)}{z^2.(y-2)}$$

  podmínky: $z \neq 0$

  $y \neq 2$

Lomené výrazy - dělení lomených výrazů

- lomený výraz dělíme lomeným výrazem obdobně jako zlomky - násobíme lomený výraz převráceným lomeným výrazem (převrácený výraz je takový, kterému zaměníme čitatele a jmenovatele),podmínky píšeme pro všechny lomené výrazy!
  např.:

$$\frac{x}{y} : \frac{z}{x^2} = \frac{x}{y} \cdot \frac{x^2}{z} = \frac{x^3}{yz}$$

podmínky: $x \neq 0$
$y \neq 0$
$z \neq 0$

Složené lomené výrazy

- složený lomený výraz upravíme na dělení dvou lomených výrazů, a pak již postupujeme jako při normálním dělení lomených výrazů - tedy lomený výraz násobíme převráceným lomeným výrazem

$$\frac{\frac{A}{B}}{\frac{C}{D}} = \frac{A}{B} : \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \cdot \frac{D}{C}$$

podmínky: $B \neq 0$
$C \neq 0$
$D \neq 0$