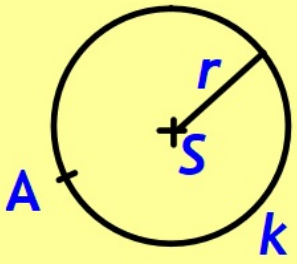
Kruh, kružnice

Základní škola Praha 10, Nad Vodovodem 460
Ing. Eliška Novotná

Kružnice a kruh

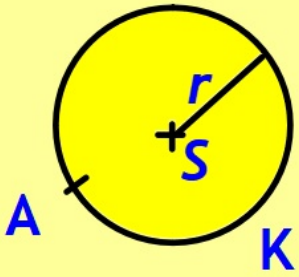
kružnice $k(S; r)$



S .... střed kružnice
r ..... poloměr kružnice ($r>0$)

kružnici $k(S;r)$ tvoří všechny takové body A, pro které platí $|AS| = r$

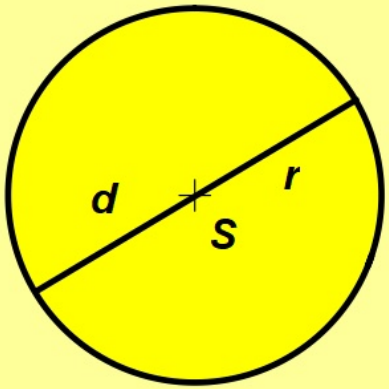
kruh $K(S; r)$



S .... střed kruhu
r ..... poloměr kruhu ($r>0$)

kruh $K(S;r)$ tvoří všechny takové body A, pro které platí $|AS| \leq r$

Kruh, kružnice

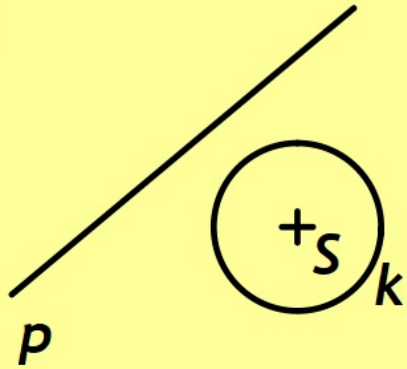


průměr *d* kružnice nebo kruhu je dvojnásobkem jejich poloměru *r*

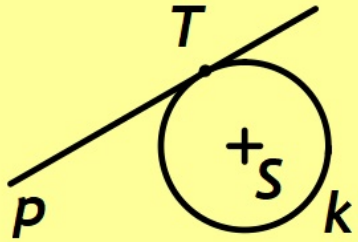
$d = 2 \cdot r$

Vzájemná poloha přímky a kružnice v rovině

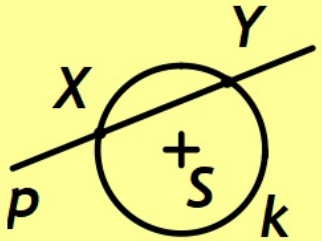
1. žádný společný bod
   přímka leží mimo kružnici - vnější přímka



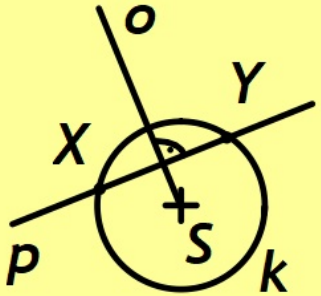
2. jeden společný bod (bod dotyku)
   přímka se dotýká ("tečuje" ji) v bodě *T* - tečna kružnice



3. dva společné body
   přímka "seká" kružnici na dvě části v bodech *X*, *Y* - sečna

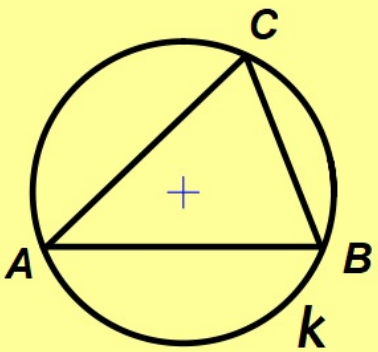


Sečna kružnice



body *X*, *Y* ... průsečíky přímky *p* a kružnice *k*
přímka *p* ... sečna kružnice *k*
úsečka *XY* ... tětiva kružnice k

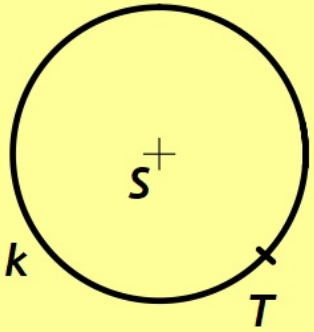
- osa tětivy prochází vždy středem kružnice!
- je-li kružnice *k* opsaná trojúhelníku *ABC*, jsou strany trojúhelníku tětivami kružnice *k*



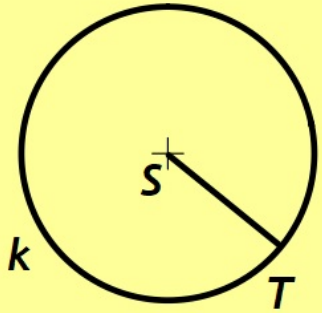
pozn.:
kružnice opsaná má střed průsečík os stran
kružnice vepsaná má střed průsečík os úhlů

Konstrukce tečny kružnice

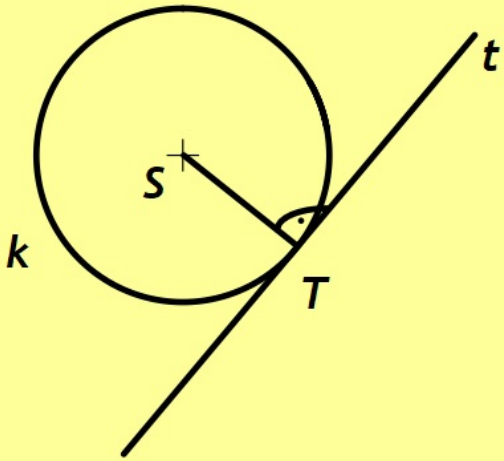
1.



2.

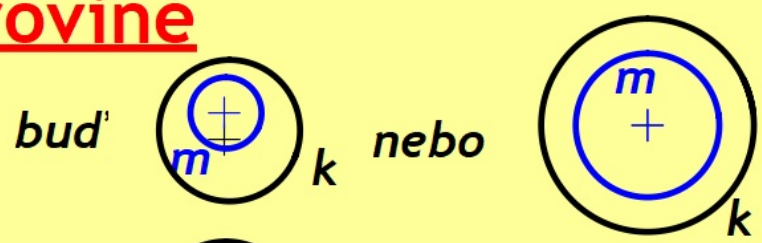


3.

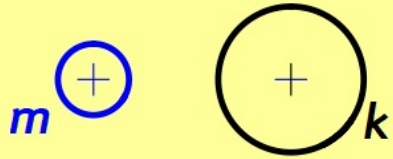


Vzájemná poloha dvou kružnic v rovině

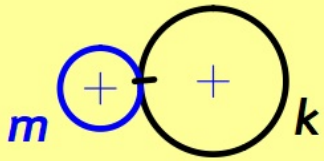
1. žádný společný bod
   jedna kružnice leží uvnitř druhé



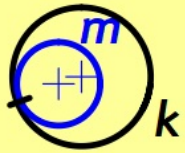
2. žádný společný bod
   kružnice leží vedle sebe



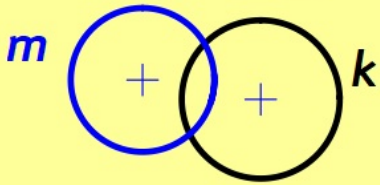
3. jeden společný bod
   kružnice mají vnější dotyk



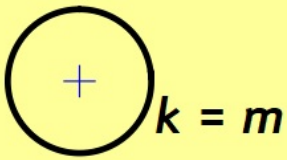
4. jeden společný bod
   kružnice mají vnitřní dotyk



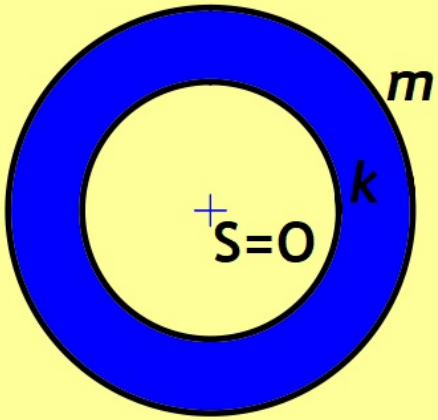
5. dva společné body
   kružnice se protínají



6. nekonečně mnoho společných bodů
   kružnice jsou totožné

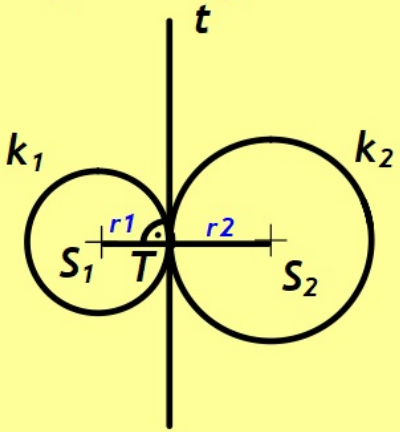


Vzájemná poloha dvou kružnic v rovině



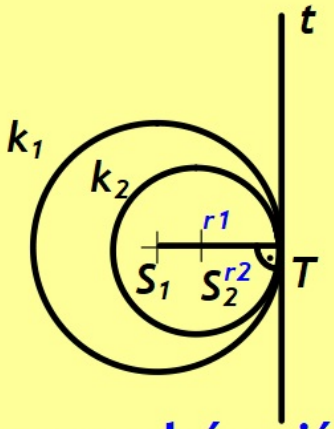
- kružnice, které mají společný střed se nazývají **soustředné**
- část roviny vybarvené modře se nazývá **mezikruží**
- vzdálenost středů kružnic je **středná kružnic**

Vnější dotyk kružnic



$|S_1S_2| = r_1 + r_2$

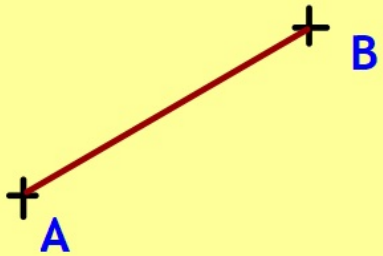
Vnitřní dotyk kružnic



$|S_1S_2| = r_1 - r_2$

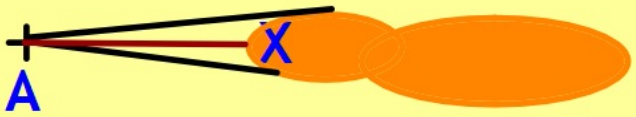
Bod dotyku dvou kružnic leží na přímce procházející jejich středy, jejich společná tečna v bodě dotyku je k této přímce kolmá

Jak určit vzdálenost bodu od nějakého rovinného útvaru

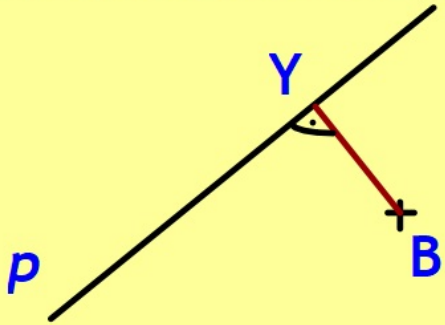


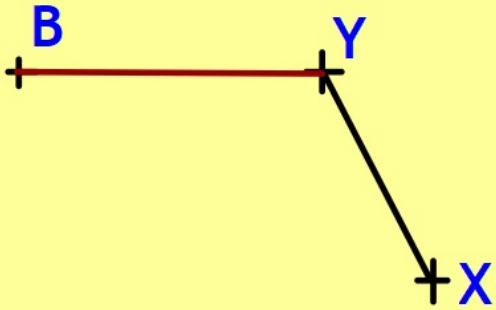
- vzdáleností bodů *A*,*B* rozumíme délku úsečky *AB*

- vzdáleností bodu *A* od útvaru *U* rozumíme délku nejkratší úsečky *AX*, kdy *X* je bodem útvaru



- vzdálenost bodu *B* od přímky *p* a od úsečky *XY* je délka úsečky *BY*





Thaletova věta

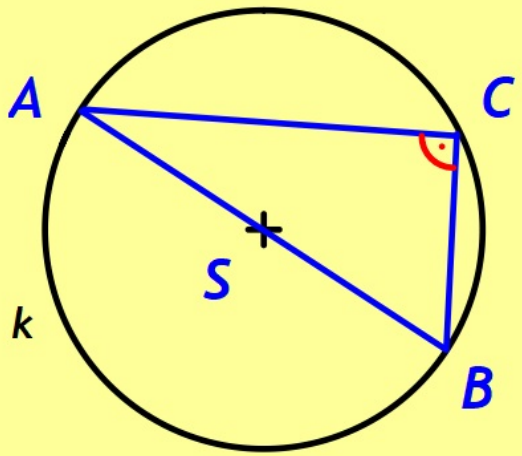
pro libovolný trojúhelník *ABC* platí:

- jestliže je *ABC* pravoúhlý trojúhelník s přeponou *AB*, leží vrchol *C* na kružnici *k* s průměrem *AB*

a

- jestliže vrchol *C* leží na kružnici *k* s průměrem *AB*, je *ABC* pravoúhlý trojúhelník s přeponou *AB*

Kružnice *k* je Thaletova kružnice s průměrem *AB*.



Thalés z Mílétu (matematik, astonom, filozof) - byl Řek a žil 623 - 543 př.n.l. v řeckém Mílétu (dnes v Turecku)

Využití Thaletovy věty

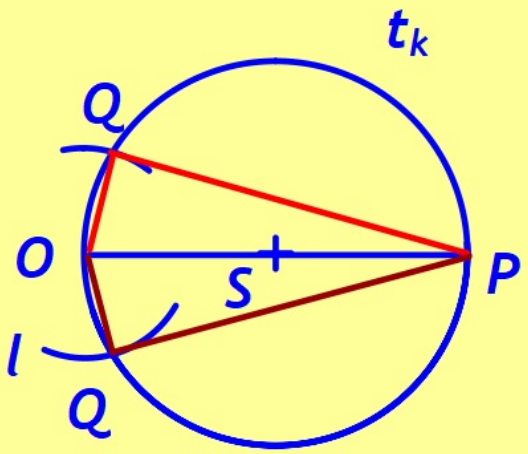
1. ke konstrukci trojúhelníku

př.: sestrojte pravoúhlý trojúhelník *OPQ* s pravým úhlem při vrcholu *Q*, jestliže víte, že |*OP*| = 7 cm, |*OQ*| = 3 cm

Postup:

1. *OP*; |*OP*| = 7 cm
2. *S*; $S \in OP$; |*SO*| = |*SB*|
3. t_k; $t_k(S;\ r = |OP|/2)$
4. *l*; *l*(*O*; r = 3 cm)
5. *Q*; $Q \in t_k \cap l$
6. trojúhelník *OPQ*

(2 řešení)



Využití Thaletovy věty

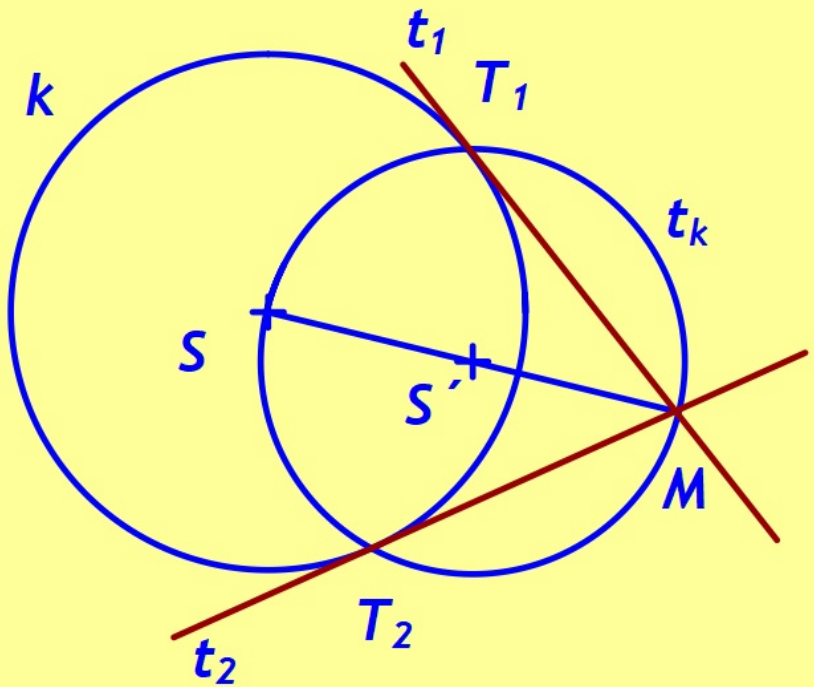
2. ke konstrukci tečny ke kružnici z daného bodu

př.: sestrojte z bodu M tečny ke kružnici k, jestliže kružnice má poloměr 4,5 cm a vzdálenost středu a bodu M je 6 cm

Postup:

1. k; $k\,(S;\ r)$; $|MS| = d$
2. SM
3. $S' \in SM$; $|S'M| = |SS'|$
4. t_k; $t_k(S';\ r = |S'M|)$
5. T ; $T \in t_k \cap k$
6. $t \in \longleftrightarrow TM$

(2 řešení)



Délka kružnice a obvod kruhu

π - "pí"

- definováno jako poměr obvodu kruhu k jeho průměru
- iracionální číslo (nelze vyjádřit zlomkem), číslo s neukončeným desetinným rozvojem, konstanta
- hodnota přibližně 3,14
- jako první definoval *Archimédés ze Syrakus* pomocí obsaných a vepsaných mnohoúhelníků - Archimédova konstanta
- známé také jako Ludolfovo číslo *(Ludolph van Ceulen vypočítal v 16. století na 35 desetinných míst)*

$o = 2.\pi.r$ $\qquad$ $o = \pi.d$

$r = \frac{o}{2\pi}$ $\qquad$ $d = \frac{o}{\pi}$

Obsah kruhu

$S = \pi . r^2$

$S = \pi . \frac{d^2}{4}$

$r = \sqrt{\frac{S}{\pi}}$