

Druhá mocnina a odmocnina

Základní škola Praha 10, Nad Vodovodem 460
Ing. Eliška Novotná

Druhá mocnina

- druhá mocnina čísla a je součin $a \cdot a$:

$$a^2 = a \cdot a \quad \begin{matrix} \text{kde } a \dots \dots \dots \text{ základ mocniny} \\ \text{číslo 2 mocnitel (exponent)} \end{matrix}$$

(čteme a na druhou)

např.:

$$7^2 = 7 \cdot 7 = 49$$

$$(-0,1)^2 = (-0,1) \cdot (-0,1) = 0,01$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$$

Pro druhou mocninu platí:

- umocnit číslo na druhou znamená vypočítat jeho druhou mocninu
- druhá mocnina je vždy **číslo nezáporné** - tedy buď číslo kladné , nebo nula

pozor na správný zápis:

$$(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = 9$$

ale $-3^2 = -(3 \cdot 3) = -9$

- druhá mocnina čísla a druhá mocnina čísla k němu opačného se rovnají

např.:

$$3^2 = 3 \cdot 3 = 9$$

$$(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = 9$$

Výpočet druhé mocniny

- z paměti (přesně, příp. odhad)
- na kalkulačce
- pomocí tabulek

Umocňování z paměti

- druhá mocnina čísla má dvojnásobný počet nul než dané číslo
např.: $10^2 = 100$
 $100^2 = 10\ 000$
 $1000^2 = 1\ 000\ 000$
- druhá mocnina čísla má dvojnásobný počet desetinných míst než dané číslo
např.: $0,1^2 = 0,01$
 $0,01^2 = 0,000\ 1$
 $0,001^2 = 0,000\ 001$

■ pro všechna čísla a , b platí:

$$(a \cdot b)^2 = a^2 \cdot b^2$$

např.:

$$8000^2 = (8 \cdot 1000)^2 = 8^2 \cdot 1000^2 = 64 \cdot 1\ 000\ 000 = 64\ 000\ 000$$

$$0,06^2 = (6 \cdot 0,01)^2 = 6^2 \cdot 0,01^2 = 36 \cdot 0,0001 = 0,0036$$

■ pro všechna nezáporná čísla a , b platí:

jestliže je $a < b$, pak je také $a^2 < b^2$

Umocňování na kalkulačce

- napišeme číslo, které chceme umocnit a stiskneme tlačítko x^2 pokud ho kalkulačka nemá, zvolíme násobení (např. $18^2 = 18 \cdot 18 = 324$)

Umocňování pomocí tabulek

- v tabulkách jsou uvedeny druhé mocniny celých čísel od 0 do 1000, proto budě:
číslo vynásobíme tak, aby již nebylo desetinné, najdeme jeho příslušnou druhou mocninu a výsledek upravíme
např.: $37,9^2 = 379^2 \cdot 0,1^2 = 143641 \cdot 0,01 = 1436,41$

nebo:

zaokrouhlíme na jednotky a hledáme příslušnou mocninu
zaokrouhleného čísla
např.: $379,2^2 \doteq 379^2 \doteq 143641$

■ hledáme-li druhou mocninu čísla, které je větší než 1000, musíme číslo upravit a zaokrouhlit:

$$\text{např.: } 3792^2 = 379,2^2 \cdot 10^2 = 379^2 \cdot 10^2 = 14\ 364\ 100$$

Druhá odmocnina

- druhá odmocnina z nezáporného čísla a je takové nezáporné číslo b , pro které platí:

$$b^2 = a$$

- druhou odmocninu z čísla a zapisujeme $\sqrt[2]{a}$, tedy \sqrt{a}

kde a odmocněnec

$\sqrt{\square}$ odmocnítko

pozn.: dvojku u odmocnítka nezapisujeme pouze u druhé odmocniny!

$$\sqrt{a} = b \text{ znamená totéž jako } b^2 = a$$

$$\text{např.: } \sqrt{81} = 9 \quad \text{protože} \quad 9^2 = 81$$

Pro druhou odmocninu platí:

- druhá odmocnina z žádného záporného čísla neexistuje, záporné číslo tedy nemůžeme odmocnit dvěma, neboť součin dvou stejných čísel není nikdy záporný!
- podle dohody je druhá odmocnina jen jedna - vždy nezáporné číslo, přestože by platilo např.: $\sqrt{16} = 4$ i $\sqrt{16} = -4$
- pro každé nezáporné číslo platí:

$$\sqrt{a^2} = a$$

Výpočet druhé odmocniny

- z paměti (přesně, příp. odhad)
- na kalkulačce
- pomocí tabulek

Odmocňování z paměti

- druhá odmocnina z čísla má poloviční počet nul než dané číslo
např.: $\sqrt{100} = 10$
 $\sqrt{10000} = 100$
 $\sqrt{1000000} = 1000$
- druhá odmocnina z čísla má poloviční počet desetinných míst než dané číslo
např.: $\sqrt{0,01} = 0,1$
 $\sqrt{0,0001} = 0,01$
 $\sqrt{0,000001} = 0,001$

- pro všechna čísla a, b platí:

$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

např.: $\sqrt{12100} = \sqrt{121} \cdot \sqrt{100} = 11 \cdot 10 = 110$
 $\sqrt{0,0081} = \sqrt{81} \cdot \sqrt{0,0001} = 9 \cdot 0,01 = 0,09$

- pozn.: při úpravách pracuji se sudým počtem koncových nul nebo se sudým počtem desetinných míst!!

- pro všechna nezáporná čísla a, b platí:

jestliže je $a < b$, pak je také $\sqrt{a} < \sqrt{b}$

- při odhadu využívám tzv. **čtvercová čísla** - přirozená čísla, které jsou druhou mocninou nějakého přirozeného čísla (např. číslo 25 je čtvercové číslo - je druhou mocninou čísla 5)

Odmocňování na kalkulačce

- napíšeme číslo, které chceme odmocnit a stiskneme tlačítko 

Odmocňování pomocí tabulek

- v tabulkách jsou uvedeny druhé odmocniny celých čísel od 0 do 1000, proto bud' :

číslo vynásobíme tak, aby již nebylo desetinné, najdeme jeho příslušnou druhou odmocninu a výsledek upravíme

např.: :

$$\sqrt{2,25} = \sqrt{225} \cdot \sqrt{0,01} = 15 \cdot 0,1 = 1,5$$

nebo:

zaokrouhlíme na jednotky a hledáme příslušnou odmocninu zaokrouhleného čísla

např.: :

$$\sqrt{72,8} \doteq \sqrt{73} \doteq 8,54$$

■ hledáme-li druhou odmocninu čísla, které je větší než 1000, musíme číslo upravit a zaokrouhlit:

např.:

$$\sqrt{7280} = \sqrt{72,8} \cdot \sqrt{100} \doteq \sqrt{73} \cdot \sqrt{100} \doteq 8,54 \cdot 10 \doteq 85,4$$